

शासकीय नवीन महाविद्यालय - लोरी, जिला दुर्ग (द०ग०)

आंतरिक मूल्यांकन परीक्षा 2021-22

B.Sc. (Part II) Mathematics

Paper - first

Advance Calculus

नोट: प्रत्येक unit से कोई दो प्रश्न हल कीजिए।  
सभी unit अनिवार्य हैं, संव अंक समान हैं।

maximum marks: 50

### (UNIT-1)

① सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक अग्निसारी अनुक्रम परिवर्ध होता, परंतु इसका विलोम सदैव सत्य नहीं है।

②  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \{ (n+1)(n+2) \dots (n+n) \}^{1/n}$   
का मान ज्ञात कीजिए, जहाँ  $\{ \dots \}$  एक स्थिर संख्या है।

③ श्रेणी  
 $x^2 + \frac{2^2}{3 \cdot 4} x^4 + \frac{2^2 \cdot 4^2}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} x^6 + \frac{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8} x^8 + \dots,$

$x > 0$  का अभिसरण के लिए परीक्षण कीजिए।

## (UNIT-2)

① दर्शाइए कि फलन

$$f(x) = \begin{cases} x \sin 1/x, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

$x=0$  पर संतत है, किन्तु अवकलनीय नहीं है।

② नि.लि. फलन के निम्न शेष के प्रमेय का सत्यापन कीजिए -

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6.$$

③ सि. दर्शाइए कि -

$$\frac{F(x+h) + F(x-h) - 2F(x)}{h^2} = F''(x + \theta h)$$

जहाँ  $\theta \in (-1, 1)$

## (UNIT-3)

① यदि  $z(x+y) = x^2 + y^2$ , तो सिद्ध कीजिए कि -

$$\left( \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 = 4 \left( 1 - \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} \right)$$

② यदि  $\log (x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$  तो सिद्ध कीजिए कि -

$$\textcircled{1} \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{3}{x+y+z}$$

$$\textcircled{2} \quad \left( \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 u = \frac{9}{(x+y+z)^2}$$

③ यदि  $u = \tan^{-1} \left( \frac{x^2 + y^2}{x - y} \right)$  तो सिद्ध कीजिए कि -

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2} \sin 2u$$

### (UNIT- 4)

① सरल रेखाओं के कुल  $x \cos \alpha + y \sin \alpha = p \sin \alpha \cos \alpha$  का अन्वलोप सात कीजिए, जहाँ  $\alpha$  प्रांचल है।

② परवलय  $y^2 = 4ax$  के केन्द्र का समीकरण सात कीजिए।

③ फलन  $u = x^2 + y^2 + z^2$  के उच्चिष्ठ अथवा निम्निष्ठ मानों को सात कीजिए, जब  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$  तथा  $lx + my + nz = 0$  इस परिणाम की ज्यामितीय व्याख्या कीजिए?

## (UNIT-5)

① सिद्ध कीजिए कि —

$$\int_0^{\pi/2} \sqrt{\sin x} dx \times \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{\sqrt{\sin x}} = \pi$$

② परवलय  $y = x^2$  तथा रेखा  $y = x$  के मध्य क्षेत्र R पर  $\iint_R xy(x+y) dx dy$  का मान ज्ञात कीजिए ।

③ मूल्यांकन कीजिए —

$$\int_1^3 \int_{1/x}^1 \int_0^{\sqrt{xy}} xyz dx dy dz$$

————— x —————