

शासकीय नवीन मद्याविद्यालय - बरी, जिला - दुर्ग (द.गं०)

आंतरिक मूल्यांकन परीक्षा 2021-22

B.Sc. (Part I) MATHEMATICS

Paper - Third

Vector Analysis and Geometry

नोट: प्रत्येक unit से कोई दो प्रश्न हल कीजिए। सभी unit अनिवार्य हैं एवं अंक समान हैं।

maximum marks: 50

(UNIT-1)

① यदि $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ तथा $\vec{a}', \vec{b}', \vec{c}'$ व्युत्क्रम पद्धति के सदृश हों, तो सिद्ध कीजिए कि -

$$\vec{a} \times \vec{b}' + \vec{b} \times \vec{c}' + \vec{c} \times \vec{a}' = \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{[\vec{a} \vec{b} \vec{c}]}$$

जहाँ $[\vec{a} \vec{b} \vec{c}] \neq 0$

② यदि $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ तो सिद्ध कीजिए कि -
 $\operatorname{grad} r^n = nr^{n-2}\vec{r}$

③ सिद्ध कीजिए कि चार बिन्दु $4\hat{i} + 5\hat{j} + \hat{k}$, $-\hat{j} - \hat{k}$, $3\hat{i} + 9\hat{j} + 4\hat{k}$ तथा $4(-\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ समतलीय हैं।

(UNIT-2)

- ① यदि $\vec{r}(t) = 5t^2\hat{i} + t\hat{j} - t^3\hat{k}$; तो सिद्ध कीजिए -
$$\int_1^2 \left(\vec{r} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \right) dt = -14\hat{i} + 75\hat{j} - 15\hat{k}$$
- ② यदि S कोई संवृत पृष्ठ है, जो एक आयतन V को घेरता है, तथा $\vec{F} = x\hat{i} + 2y\hat{j} + 3z\hat{k}$, तो दर्शाइये कि -
$$\iint_S \vec{F} \cdot \hat{n} dS = 6V$$
- ③ स्टोक्स प्रमेय का सत्यापन कीजिए, जब $\vec{F} = y\hat{i} + z\hat{j} + x\hat{k}$ तथा पृष्ठ S गोले $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, का xy -समतल के ऊपर का भाग है।

(UNIT-3)

- ① बि. बि. शॉकव का अनुसरण कीजिए -
$$21x^2 - 6xy + 29y^2 + 6x - 58y - 15 = 0$$
- ② सिद्ध कीजिए कि $\frac{d}{r} = 1 + e \cos \theta$ शॉकव का ध्रुवीय समीकरण है। जबकि नाभि ध्रुव है तथा अक्ष प्रांशिक रेखा है।
- ③ सिद्ध कीजिए कि समीकरण $\frac{d}{r} = 1 + e \cos \theta$ तथा $\frac{d}{r} = -1 + e \cos \theta$ एक ही शॉकव को निरूपित करते हैं।

(UNIT-4)

- ① उस गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जो मूल बिंदुओं $(a, 0, 0)$, $(0, b, 0)$ तथा $(0, 0, c)$ से होकर जाता है।
- ② समतल $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ निर्देशाक्षों से A, B, C पर मिलता है। सिद्ध कीजिए कि $O(ओ)$ से दृष्ट ABC पर खींची गई रेखाएँ शंकु

$$yz \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b} \right) + zx \left(\frac{c}{a} + \frac{a}{c} \right) + xy \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right) = 0$$

को जनित करता है।

(UNIT-5)

- ① वह प्रतिबंध ज्ञात कीजिए जब समतल $lx + my + n = p$ परवलय $ax^2 + by^2 = 2cz$ को स्पर्श करता है।
- ② परवलय $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} = z$ के बिंदु $(4, 3, 5)$ पर अभिलंब का समीकरण ज्ञात कीजिए।
- ③ सिद्ध कीजिए कि दृष्ट $yz + zx + xy = a^2$ का समतल $lx + my + z = p$ द्वारा प्रतिच्छेद शंकु परवलय होगा, यदि $\sqrt{l} + \sqrt{m} + \sqrt{n} = 0$.