

शासकीय नवीन महाविद्यालय - बरी, जिला - दुर्ग (दु.गं.)
आंतरिक मूल्यांकन परीक्षा 2021-22

B.Sc. (Part-I) MATHEMATICS

Paper - first

Algebra and trigonometry

नोट: प्रत्येक ^{Unit} से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी ~~प्रश्न~~ Unit अनिवार्य हैं एवं अंक समान हैं।

Maximum marks : 50

(UNIT-1)

① आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 7 & 13 \\ 4 & -3 & -1 \end{bmatrix}$ की जाति तथा व्युत्थता जात करें।

② आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ के सभी आइगेन मानों तथा आइगेन सदिशों को जात कीजिए।

③ दशांश आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ के ले हर्मिटन प्रमेय को संतुष्ट करता है तथा A^{-1} जात कीजिए।

(UNIT-2)

① आव्यूह विधि से निम्नलिखित समीकरणों का हल जात कीजिए -
$$x + y + z = 6$$
$$x - y + z = 2$$
$$2x + y - z = 1$$

- (2) यदि समीकरण $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ के दो मूलों का योग तीसरे मूल के बराबर हो, तो सिद्ध कीजिए -

$$p^3 - 4pq + 8r = 0$$
- (3) कार्डन विधि से त्रिघात $x^3 - 18x - 35 = 0$ को हल कीजिए।

(UNIT-3)

- (1) सिद्ध कीजिए कि नि. लि. मैट्रिक्स गुणन के लिए आवेली समूह बनाता है।

$$A_\alpha = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

जहाँ α वास्तविक संख्या है।

- (2) यदि समूह G का उपसमूह H हो तथा $a, b \in G$ तो या तो $Ha = Hb$ या $Ha \cap Hb = \emptyset$.

- (3) सिद्ध कीजिए कि समूह G का एक उपसमूह H प्रसमान्य होता है यदि और केवल यदि $x^{-1} H x = H$

(UNIT-4)

- (1) समूहों पर समाकारिता का मूलभूत प्रमेय का कथन लिखिए तथा सिद्ध कीजिए।
- (2) सिद्ध कीजिए कि दो उपवलयों का सर्वनिष्ठ एक उपवलय होता है।

③ सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक फील्ड अमिवाच्यतः एक पूर्वाक्रिय डोमेन होता है, परंतु विलोम सदैव सत्य नहीं है।

(UNIT-5)

① यदि n कोई धनात्मक पूर्वांक है, तो दर्शाइये कि —

$$\left(\frac{1 + \cos \phi + i \sin \phi}{1 + \cos \phi - i \sin \phi} \right)^n = \cos n\phi + i \sin n\phi$$

② सिद्ध कीजिए कि

① $(1+i)^n + (1-i)^n = 2^{n/2+1} \cos \frac{n\pi}{4}$

② $(a+ib)^{m/n} + (a-ib)^{m/n} = 2(a^2+b^2)^{m/2n} \cos\left(\frac{m}{n} \tan^{-1} \frac{b}{a}\right)$

③ $\cos 7\theta$ को $\cos \theta$ के पदों में व्यक्त कीजिए।

x